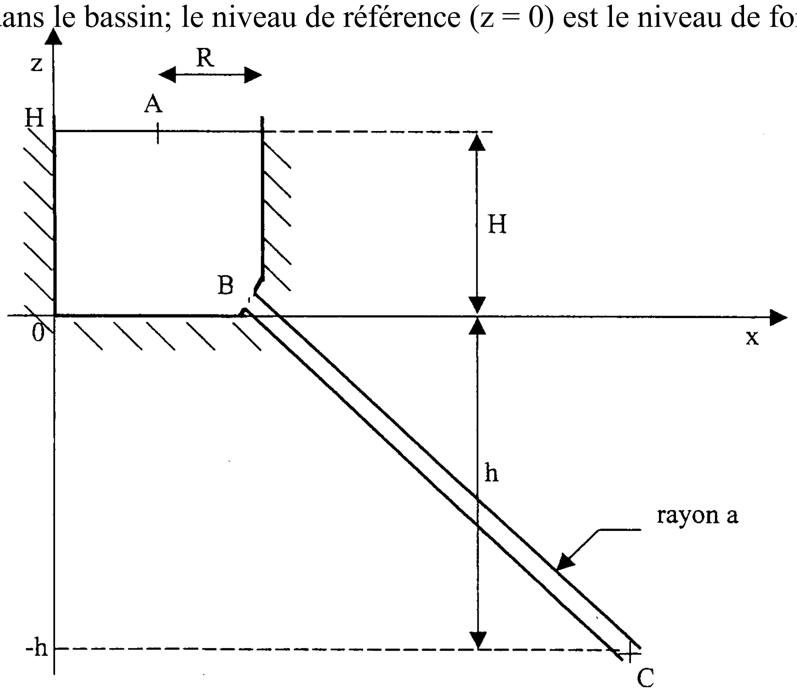
Devoir n°5: dynamique des fluides (parfaits et réels)

Exercice 1: Ecoulement de l'eau d'un lac en régime permanent (BTS ERO 2004)

Données:
Les unités dans lesquelles sont exprimées les grandeurs du problème sont celles du système international. On donne $g = 9{,}81\ m.s^{-2}$.
La valeur de la pression atmosphérique est constante et prise égale à $p_{atm} = 10^5$ Pa.
L'eau est considérée comme un fluide parfait (non visqueux) et incompressible.
La masse volumique de l'eau a pour valeur $\rho = 10^3\ kg.m^{-3}$.
La relation de Bernouilli peut s'écrire en notant z la cote d'un point sur un axe vertical orienté vers le haut:

$$p+\rho gz+\frac{1}{2}\rho v^2=Constante$$

On modélise une installation composée d'un lac de retenue et d'une conduite forcée, par un récipient cylindrique circulaire d'axe vertical de rayon R = 100 m et de hauteur suffisante pour contenir la hauteur d'eau H = 25 m et une canalisation de rayon a = 20 cm rectiligne, dont l'embouchure est à une dénivellation h = 500 m plus bas que la prise d'eau B dans le bassin; le niveau de référence (z = 0) est le niveau de fond du lac.



On veut calculer, en régime permanent, la vitesse d'écoulement v_c de l'eau à la sortie de la canalisation le niveau H étant maintenu constant.

1- Que peut-on dire du débit volumique q_v à l'entrée B et à la sortie C de la canalisation ? **En déduire** une relation entre la vitesse de l'eau v_B en B et la vitesse de l'eau v_C en C.

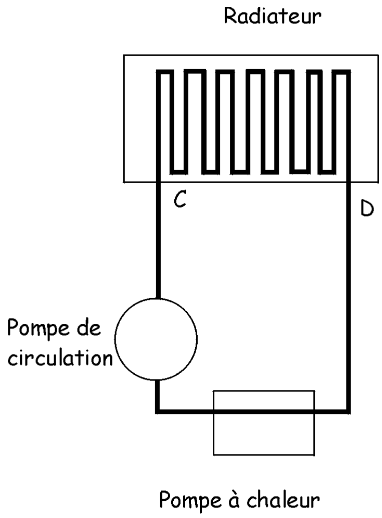
2- Ecrire la relation liant les pressions p_B et p_C. **Simplifier** cette relation en utilisant la question 1 et **donner** une expression de p_B.

3- Ecrire la relation liant les pressions p_A en A et p_B en B. **Justifier** le fait que l'on puisse négliger la vitesse v_A du fluide dans le lac. **Simplifier** alors la relation précédente et **donner** une expression de p_B.

4- Montrer que la vitesse d'écoulement peut s'écrire: $v=\sqrt{2g(H+h)}$. **Calculer** numériquement cette vitesse.

Exercice 2:

On se propose d'étudier le fonctionnement d'une pompe à chaleur et d'une pompe de circulation d'eau alimentant un radiateur modélisé par une canalisation cylindrique.



<u>Données</u>

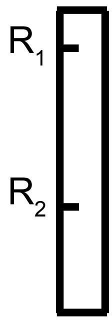
- Débit volumique de l'eau : $Q_v = 4,17 \times 10^{-5}\ m^3 \cdot s^{-1}$.
- Diamètre intérieur des canalisations : $d = 1,5 \times 10^{-2}$ m.
- Masse volumique de l'eau: $\rho = 1000\ kg \cdot m^{-3}$
- Viscosité cinématique de l'eau : $\nu = 10^{-6}\ m^2 \cdot s^{-1}$.
- Longueur des canalisations du radiateur $L_{CD} = 3$ m.

1. Calculer la vitesse de déplacement u de l'eau dans la canalisation du radiateur. On prendra $u = 0,25\ m \cdot s^{-1}$ pour la suite du problème.
2. Calculer le débit massique Q_m, de l'eau.
3. Calculer le nombre de Reynolds Re. **En déduire** le type d'écoulement de l'eau dans les canalisations.

Formulaire

- Nombre de Reynolds : $Re = \dfrac{u.d}{\nu}$
- Types d'écoulement
  - $Re \leq 2000 \Leftrightarrow$ écoulement laminaire de Poiseuille.
  - $2000 < Re < 10^5 \Leftrightarrow$ écoulement turbulent lisse de Blasius.
  - $Re \geq 10^5 \Leftrightarrow$ écoulement turbulent rugueux.

<u>**Exercice 3:**</u> VISCOSIMETRIE



On désire mesurer la viscosité d'un certain liquide à l'aide d'un viscosimètre à chute de bille (ou viscosimètre de HOEPLER).
Il se compose d'un long tube de verre vertical, rempli du liquide étudié, dans lequel on laisse tomber une bille sphérique plus dense que le liquide.
On mesure le temps qui s'écoule entre les passages respectifs de la bille devant deux repères R_1 et R_2 gravés sur le tube (voir schéma ci-contre).

1. Représenter sur un schéma, en les identifiant clairement, les forces appliquées à la bille : poids, poussée d'Archimède, force de frottement.
2. Donner l'expression littérale des valeurs de chacune de ces forces en fonction
- de l'accélération de la pesanteur g au lieu considéré ;
- du rayon r de la bille, de sa masse volumique ρ_B et de sa vitesse v ;
- du coefficient de viscosité dynamique h_L et de la masse volumique ρ_L du liquide.

Rappels : - volume d'une sphère: $V = \dfrac{4}{3}\pi . r^3$;
- la force de frottement s'exerçant sur une sphère de rayon r, en mouvement à la vitesse v dans un fluide de coefficient de viscosité dynamique η_L, a pour valeur: $f = 6\pi\ \eta_L\ r\ v$.

3. Au bout d'un laps de temps assez bref, la bille prend un mouvement rectiligne uniforme de vitesse v_l.

Montrer qu'alors, la vitesse v_l de la bille s'exprime littéralement par : $v = \dfrac{2}{9\eta_L} r^2 . g\,(\rho_B - \rho_L)$

La mesure de la durée de chute de la bille en mouvement rectiligne uniforme entre les repères R_1 et R_2 distants verticalement de $d = 40,0$ cm donne $t = 11,1$ s à 20°C.
4. En déduire le coefficient de viscosité dynamique du liquide à cette température sachant que sa masse volumique ρ_L vaut alors 788 $kg \cdot m^{-3}$, celle de la bille $\rho_B = 808\ kg \cdot m^{-3}$, le rayon de la bille $r = 1,00$ mm et l'accélération de la pesanteur au lieu considéré $g = 9,81\ m \cdot s^{-2}$.