Chap. 1: le régime sinusoïdal

I Caractéristiques des grandeurs sinusoïdales *(d'après J. Bernaud)*

1.1)Valeur instantanée d'une grandeur périodique sinusoïdale

période T: intervalle de temps, qui sépare deux instants consécutifs où la grandeur se répète identiquement à elle-même. T s'exprime en **seconde** (s).

fréquence f: nombre de périodes du signal en une seconde. f s'exprime en **Hertz** (Hz). On a $f=\frac{1}{T}$

La **valeur instantanée** d'une grandeur correspond à la valeur que prend cette grandeur à l'instant considéré.

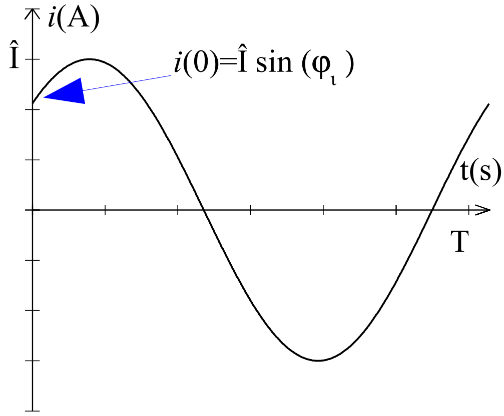
$$i(t) = I_{max} \sin(\omega t + \varphi_i) = \hat{I} \sin(\omega t + \varphi_i)$$

$I_{max} = \hat{I}$: valeur maximale ou amplitude de l'intensité du courant *i(t)*

ω : pulsation du courant $\omega = 2\pi f$ en rad.s^{-1}, ou $\omega=\frac{2p}{T}$

$\omega t + \varphi_i$: phase de i(t) à l'instant t, s'exprime en radian (rad)

φ_i : phase de i(t) à l'origine des temps, s'exprime en radian (rad)



allure de i et valeur instantanée de i à t=0s

1.2)Valeur moyenne

La valeur moyenne d'une grandeur périodique g est notée <g> ou encore g_{moy}.

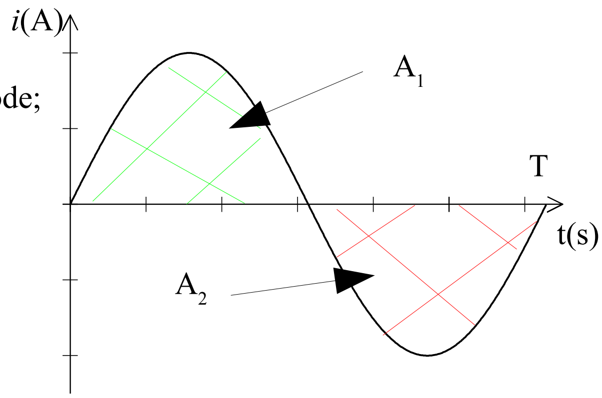
Elle se calcule à l'aide de la relation suivante: $g_{moy}=\frac{Aire\ sous\ la\ courbe\ g(t)\ prise\ sur\ une\ période}{T}$

Elle se mesure avec un appareil de type **quelconque** (magnétoélectrique, numérique non RMS, RMS...) en **position DC** ou **continu**.

Pour calculer i_{moy}:
1°- on calcule l'aire sous la courbe de i(t) prise sur une période;
2°- on divise par la période.

Remarque: l'aire située sous l'axe des temps est comptée négativement.

Ici, $i_{moy}=\frac{(A_1-A_2)}{T}=0\,A$ car $A_2 = A_1$

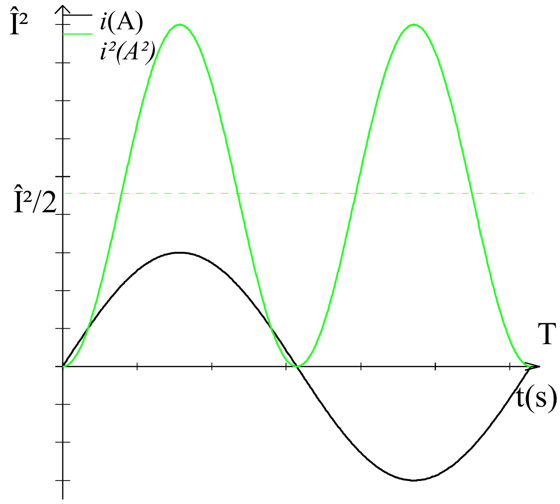


Une grandeur périodique **de valeur moyenne nulle** est dite **alternative.**

1.3) Valeur efficace

La valeur efficace d'une grandeur périodique g est notée généralement G ou encore G_{eff}.
Elle est égale à la racine carrée de la valeur moyenne de $g^2(t)$ (Ouf!).
Elle se mesure à l'aide d'un appareil numérique **RMS** en position **AC+DC.**

Pour calculer I:
1°- on trace l'allure de $i^2(t)$;
2°- on détermine la période de i^2;
3°- on calcule $\langle i^2 \rangle$;
4°- on prend la racine carrée de $\langle i^2 \rangle$.

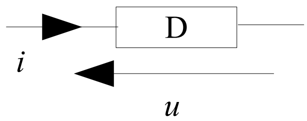


Cas particulier pour une grandeur sinusoïdale:

- I= $I_{eff} = \sqrt{\overline{i(t)^2}} = \sqrt{\frac{I_{max}^2}{2}} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}}$
- La valeur efficace d'une grandeur sinusoïdale alternative se mesure à l'aide d'un appareil de type quelconque en position AC.

1.4) Déphasages et décalages temporels entre 2 grandeurs sinusoïdales

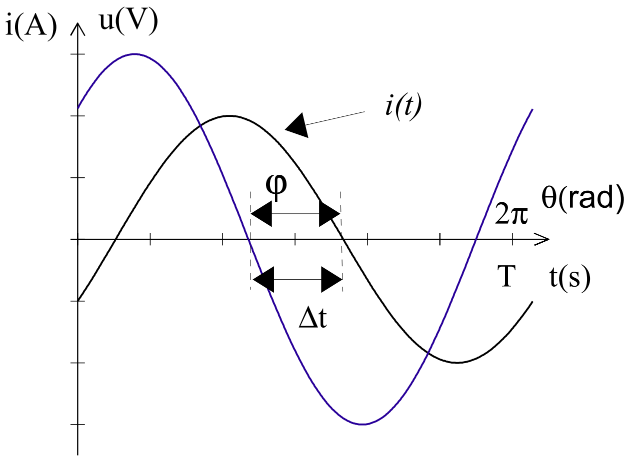
Soit un dipôle D, fléché en convention récepteur.



Les représentations algébriques de i et u sont: $i(t) = \hat{I}\ \sin(\omega t + \varphi_i)$ et $u(t) = \hat{U}\ \sin(\omega t + \varphi_u)$

On définit le déphasage (ou retard) de *i* par rapport à *u* ainsi : $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$

Si $\varphi = 0$, le courant *i* est **en phase** avec la tension *u,*
si $\varphi < 0$, le courant *i* est **en avance de phase** sur la tension *u,*
si $\varphi > 0$, le courant *i* est **en retard de phase** sur la tension *u.*

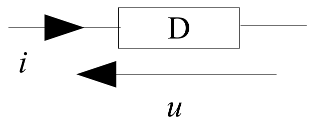


allures de i et u en fonction du temps t (en s) ou de l'angle θ (en rad)

Δt est le décalage temporel entre *i* et *u.* Il s'exprime en seconde.

La relation entre Δt et φ est: $\varphi = \frac{2p}{T}$ *Δt = ω*Δt

II Puissances en régime sinusoïdal



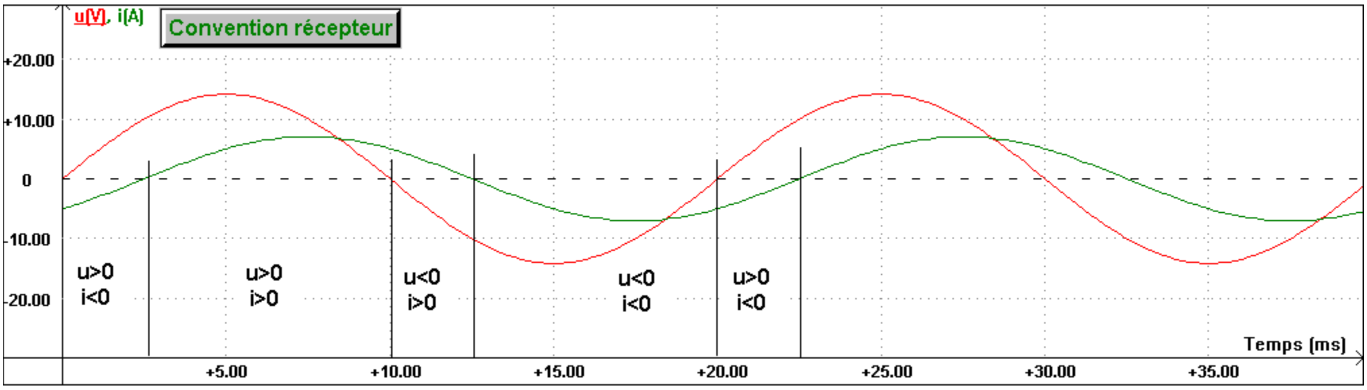
2.1) puissance instantanée

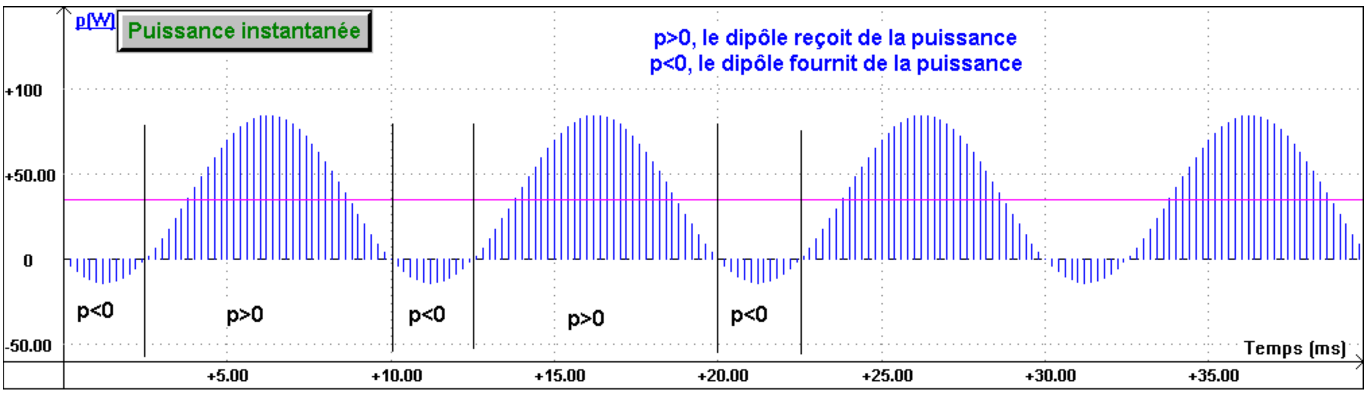
Pour un dipôle D étudié avec la convention récepteur, la puissance instantanée absorbée (ou reçue, consommée) à l'instant t est:

$$p = u*i$$

avec p en watts (W), u en volts (V) et i en ampères (A).

Cette relation est valable quel que soit le régime (périodique, sinusoïdal...)
En régime sinusoïdal, si $u(t) = U\sqrt{2}\ \sin(\omega t)$ et $i(t) = I\sqrt{2}\ \sin(\omega t - \varphi)$, où φ représente le déphasage de i par rapport à u, on a: $p = UI \cos\varphi - UI \cos(2\omega t - \varphi)$





2.2) puissance active

Par définition, la puissance active est notée P, et représente la valeur moyenne de la puissance instantanée p sur une période.

En sinusoïdal, cela donne: $P = \langle p \rangle = \langle UI \cos\varphi \rangle - \langle UI \cos(2\omega t - \varphi) \rangle = \langle UI \cos\varphi \rangle$

$$P = UI \cos\varphi$$

avec P en watts (W), U en volts (V) et I en ampères (A).

Cas particuliers: si $\varphi = 0$, $P = UI \cos 0 = UI$
si $\varphi = 90° = \pi/2$ rad, $P = UI \cos 90° = 0$ W
si $\varphi = -90° = -\pi/2$ rad, $P = UI \cos(-90°) = 0$ W

Mesure de P: à l'aide d'un **wattmètre** électrodynamique (à aiguille) ou numérique. Dans les deux cas, l'appareil indique la valeur moyenne du produit u*i, u étant la tension appliquée au circuit « tension » du wattmètre et i l'intensité du courant traversant le circuit « intensité » du wattmètre.

2.3) puissance apparente

Par définition, la puissance apparente, notée S, est égale au produit de la valeur efficace U de la tension u par la valeur efficace I de l'intensité I. Elle s'exprime en voltampères (VA).

$$\boxed{S = U\,I}$$

S en VA, U en volts (V), I en ampères (A).

Remarque: $P = S \cos \varphi$. Or $\cos \varphi$ est compris entre 0 et 1, donc S représente la valeur maximale que peut prendre P quand $\cos \varphi$ varie. S sert donc à dimensionner les appareils électriques.

2.4) puissance réactive

La puissance réactive est par définition:

$$\boxed{Q = UI \sin \varphi}$$

Q s'exprime en voltampères réactifs (var), U en volts (V), I en ampères (A).

Relations entre les puissances: $S^2 = P^2 + Q^2$ et $Q/P = \tan \varphi$

2.5) facteur de puissance

Le facteur de puissance d'un dipôle, ou d'un circuit, est par définition le rapport P/S de la puissance active reçue à la puissance apparente.

$$\boxed{k = P/S}$$

k est sans unité, et toujours inférieur à 1. C'est une caractéristique importante du dipôle à une fréquence donnée.

En régime sinusoïdal, $k = \cos \varphi$.

Importance du facteur de puissance: une installation domestique ou industrielle alimentée par le réseau EDF 230V, 50 Hz, constitue un dipôle ayant un certain facteur de puissance. Cette puissance appelle une puissance active P nécessaire à son bon fonctionnement. Or, $P = UI \cos \varphi$, donc $I = P/(U \cos\varphi)$.
Cette relation montre que l'intensité efficace I sera d'autant plus faible que $\cos \varphi$ sera grand, donc proche de 1. Or EDF, **pour minimiser ses pertes en lignes et dans l'alternateur**, cherche à ce que I soit le plus faible possible et exige donc que le **facteur de puissance** d'une installation soit **supérieur à 0,93**.

2.6) théorème de Boucherot

En régime sinusoïdal, les puissances active et réactives absorbées par un groupement de dipôles sont respectivement égales à la somme des puissances actives et réactives absorbées par chaque élément du groupement.

$$P = P_1 + P_2 + ... + P_n$$
$$Q = Q_1 + Q_2 + ... + Q_n$$

Attention ! Sauf cas très particulier, $S \neq S_1 + S_2 + ... + S_n$